【技術資料：phifitcodec152007_01】
平成１９年１２月１５日

熱伝達係数を変化させた板の冷却時の温度解析

PHIFITCO™（ファイフィット株式会社）技術開発　　吉田忠継

＜概要＞

古くからプロセスの温度工程能力を評価するために差分法による一次元熱伝導解析が実施されてきた。陽解法の差分では解の振動や発散を防止するためにクーラン条件（Courant condition/criterion）と呼称される格子の最小間隔（解像度に関係）と時間増分（時間ステップ数に関係）に関する制限を満たす必要があり、解像度を向上するには時間ステップ数を増加する必要があった。完全陰解法による有限要素解析ではクーラン条件（下記の式（２））に関して理論上は無条件安定であるはずだが、実際のプロセス解析では加工発熱などのために不安定な場合が頻繁に経験される。また、安定条件であっても数値解析では離散化誤差の評価が重要である。このような背景から、有限要素法では解析結果の精度を保証するために要素分割や時間増分の設定が重要なノウハウであり、使用するプログラムや解析する問題毎にユーザーが適正条件の基礎調査を行う必要がある。

題記の冷却時の温度変化に関しては、古くから無次元表示した解が線図により与えられており、前記の基礎調査に便利である。本稿ではこれらの結果と『タンデム板圧延の温度解析プログラム ECOMERI™』よるシミュレーションの結果を比較検討する方法を紹介した。

＜解析方法＞

無次元表示した熱伝導パラメータにより線図を作成して文献等の線図との直接的な比較が可能になる。文献１では縦軸に無次元温度、横軸に無次元時間、無次元熱伝達係数をパラメータにとった、板厚方向の任意の無次元位置での冷却時の温度変化に関する線図が開示されている。

無次元温度＝(t(x/l)-tf)/(t0-tf)，無次元時間=$\alpha\tau/l^2$，無次元熱伝達係数＝k/h/l　　　（１）

ここで、t(x/l)は半板厚 l の素材での位置 x における温度、tf は流体温度で一定、t0 は素材の初期温度、$\alpha=k/\rho/c$ は熱拡散率(thermal diffusivity)または温度伝導率 (temperature conductivity)であり、k は熱伝導率、ρは密度、c は比熱、τは時間、h は熱伝達係数である。

そこで、基本解析条件（Standard Condition）として、素材の密度をρ=１、比熱を c=１、熱伝導率を k=１、板厚を 2（解析領域は半板厚で l=1)、初期温度を t0=１とし、大気等の流体温度を tf=0 とした。無次元化を意識しているので、単位系は各パラメータで基本単位系が統一されていれば、任意の単位系で良い。二次の線要素を用い、板厚半分を 10 要素に等区間分割した。解析時間は 1.5、時間増分は 0.1 である。熱伝達係数 h を種々に変化させて、板厚中央、板表面、板厚の平均の各温度を求めて線図を作成した。

$$\Delta\tau < (\Delta x)^2 / (2\alpha) \qquad (2)$$

文献１：L.M.K. Boelter, H.A. Johnson, et al. "Heat Transfer Notes," University of California Press, Berkeley, Calif.

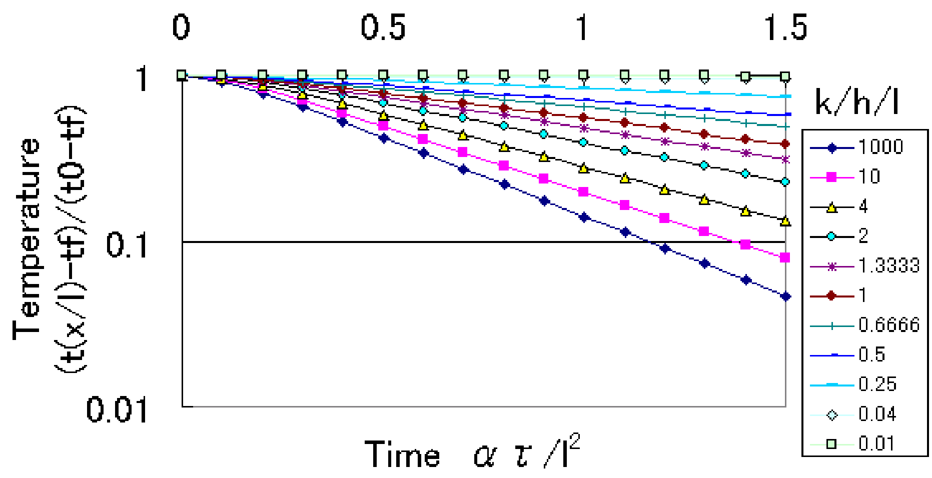

Fig.1 Temperature at Center of Thickness

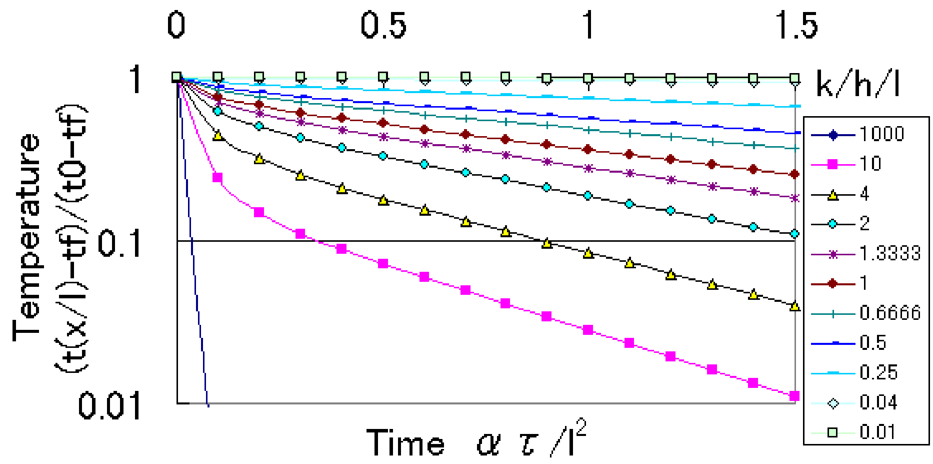

Fig.2 Temperature at Surface

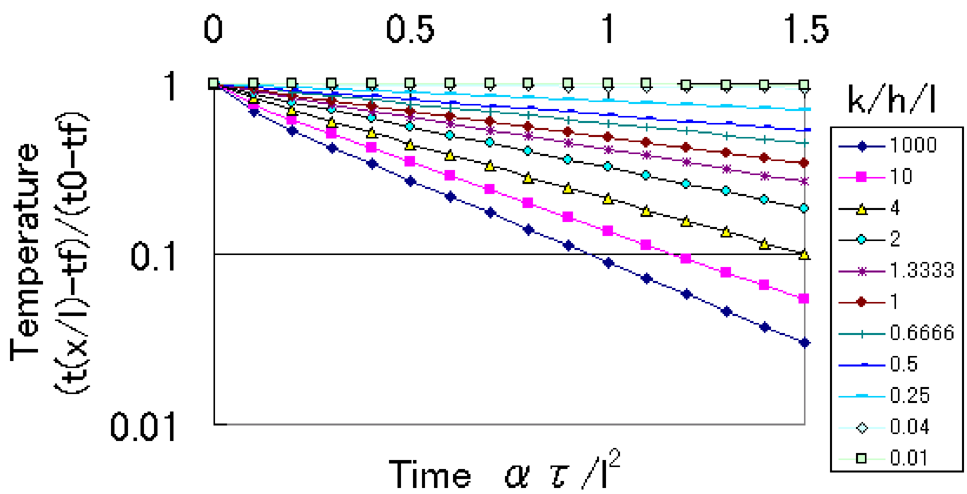

Fig.3 Average Temperature

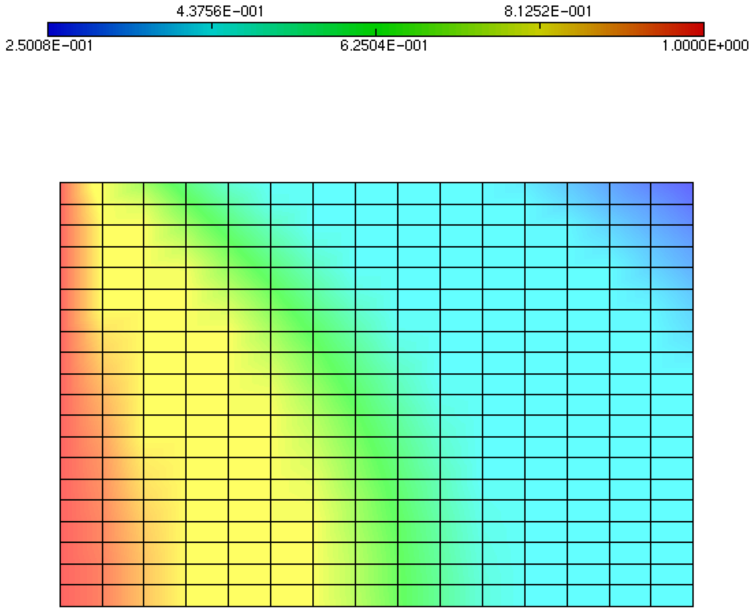

Fig.4　Image of Temperature Change in Case of Standard Condition
縦軸は板厚方向無次元位置、横軸は無次元時間、格子は縦線が時間ステップ、横線が要素の節点位置（１０個の二次要素で２１節点)、色で無次元温度分布を表示（ポスト処理には INRIA プロジェクトの MEDIT を使用）

＜結果＞

図１は板厚中心の温度、図２は表面温度、図３は板厚の体積平均温度であり、無次元温度の縦軸は対数目盛りである。

これらは文献１の結果と大略一致したが、熱伝達係数ｈが大の場合に数%程度の誤差が発生した。クーラン条件式（２）は $\alpha = k/\rho/c = 1$ であるから、次式となる。

$$2\Delta\tau = 2\times 0.1 > 0.0025 = (1/20)^2 = (\Delta x)^2 = (\Delta x)^2/\alpha \qquad (3)$$

即ち、時間増分を安定条件の８０倍と設定しており、陽解法差分の場合は解が得られない条件である。ここで、⊿ｘは節点間の距離としたので半板厚を要素数の２倍で除した。

図４は位置と時間の二次元表示による温度分布のイメージ図である。横軸を無次元時間として任意の位置を選択すれば、縦方向が板厚方向の位置となり、上端が表面、下端が板厚中央であり、色から温度分布が推定される。このイメージ図は、ECOMERI™の標準出力ファイルをポストプロセッサーで処理することで得られる。

＜結論＞

有限要素解析では時間ステップをクーラン条件の８０倍に設定しても良い結果を得ることが出来た。実際の解析では要素数を減らして不等分割メッシュを利用するので、ユーザーは予め本稿と同様の問題で精度をチェック出来る。新しい問題のメッシュを生成する際に、本稿の方法が参考になれば幸いである。

以上